



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

마이크로 구조에서 일어나는
모세관 유동에 증발이 미치는 영향

Effect of evaporation on capillary flow
in microdecorated structure

2017년 8월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

김 정 택

국 문 초 록

모세관 유동(Capillary flow)이란 액체가 표면장력에 의해서 마이크로 구조로 스며들어가는 현상을 말한다. 이 현상은 랩온어칩(lab on a chip)이나 마이크로 히트파이프(micro heatpipe)와 같이 외부의 동력 없이 액체를 이송시키는 시스템에서 사용된다. 특히 중력을 거슬러 일어나는 모세관 유동을 모세관 상승(capillary rise)라고 하며 중력에 의해 제한된 액체의 상승 높이를 Jurin's height 라고 한다. 하지만 모세관과 다르게 한쪽 면이 열려있는 groove 또는 다공성 물질(porous media)에서 모세관 현상이 일어나는 경우에는 액체가 공기와 접하는 면적이 상당히 크기 때문에 증발을 고려해야한다. 이때 상승높이(rise height)는 중력뿐만 아니라 증발에 의해서도 제한되게 된다. 본 연구에서는 사각 단면을 가지는 개수로(open channel) 형태의 마이크로 구조에서 증발과 함께 일어나는 모세관 상승 현상을 분석하였다. 유동의 원동력인 모세관 압력(capillary pressure)과, 유동 저항과 중력에 의한 압력강하를 비교하여 상승 높이에 관한 미분방정식을 세울 수 있었다. 또한 질량 보존식을 통해 상승 높이에 따른 유속을 예측하고 이를 바탕으로 채널 전체구간에서의 유동 저항에 따른 압력강하를 계산하였다. 최종적으로 마이크로 구조의 크기에 따른 최종 상승높이(maximum rise height)를 구할 수 있다. 최종 상승높이는 유로의 형태에 관한 함수로 정리될 수 있다. 증발이 우세

한 영역에서 최종 상승높이는 증발에 의해 제한되고 정사각형 단면을 가지는 유로의 경우 상승높이는 유로의 크기에 $5/4$ 제곱에 비례한다. 중력이 우세한 영역에서 최종 상승높이는 중력에 의해 제한되며 유로의 크기에 반비례함을 확인할 수 있었다. 또한 두 영역의 사이에서 최종 상승높이의 극대점이 존재함을 확인하였다.

주요어: 표면장력, 모세관 상승, 증발, 마이크로 구조

학 번: 2015-22711

목 차

국문초록	i
목차	iii
List of Figures	v
List of Tables	vii
기호설명	viii
1. 서론	1
2. 실험장치 및 실험방법	3
2.1 시편 제작	3
2.2 실험방법	6
3. 이론적 모델링	9
3.1 유동방정식	9
3.2 Rise height 미분방정식	12
3.3 Evaporation flux 모델	14
3.4 최종 상승높이	18
4. 변수 분석	21
4.1 정사각형 단면 유로 ($w = d$)	21
4.2 직사각형 단면 유로 ($w \neq d$)	24

5. 실험결과	28
5.1 정사각형 단면 유로 ($w = d$)	28
5.2 직사각형 단면 유로 ($w \neq d$)	30
6. 결론	32
부록	
A.1 Capillary pressure of rectangular open channel	33
A.2 Permeability of rectangular open channel	36
참고문헌	37
Abstract (영문초록)	39

List of figures

Fig. 2.1	Schematic of capillary rise along the (a) closed channel and (b) open channel.	4
Fig. 2.2	Fabrication process of PDMS open channel array (a) SU-8 photoresist mold (b) Pouring and curing process of PDMS (c) PDMS open channel array after peeling off.	5
Fig. 2.3	Schematic of capillary rise experimental setup.	7
Fig. 3.1	Schematic diagram of capillary flow in open channel with evaporation.	11
Fig. 3.2	Contact line dominant evaporation model in open channel.	15
Fig. 3.3	Plot of evaporation flux from open channel varying channel width.	17
Fig. 4.1	Plot of maximum rise height of square open channel for different sizes.	23
Fig. 4.2	Plot of maximum rise height of open channel for different dimensions.	25
Fig. 4.3	Plot of maximum rise height as a function of w , the curves have a maximum point same as square case.	26
Fig. 4.4	Plot of maximum rise height as a function of d (a) In case of	

	micro meter scale. (b) Millimeter scale. (c) Schematic of infinite depth channel, as channel depth increases, the evaporation term can be neglected.	27
Fig. 5.1	Plot of experimental results and models for square channel.	29
Fig. 5.2	Plot of experimental results and models for rectangular channel.	31
Fig. A.1	Schematic diagram of liquid spreading under capillary action in open rectangular channel.	35

List of tables

Table 1	Ethanol properties for density, viscosity and surface tension coefficient.	8
Table 2	Simplified differential equations and h_{\max}	20

기 호 설 명

c_s	표면에서의 포화농도
D	확산 계수
d	유로의 깊이
g	중력가속도
h	액체계면 상승높이
h_{\max}	액체계면 최종 상승높이
\dot{h}	액체계면 상승속도
J	곡면액체계면에서의 증발유속
J_0	증발유속 상수
K	Permeability
U	대기의 유속
u	높이에 따른 평균유속
P_d	모세관 압력의 크기
P_r	유동저항들에 의한 압력강하의 크기
Q_{in}	유입 유량
Q_{out}	유출 유량
q	개수로의 증발유속
w	유로의 폭
γ	액체의 표면장력계수
θ	접촉각
κ	계면의 곡률
μ	액체의 점도
ρ	액체의 밀도

1. 서론

마이크로 구조속으로 액체가 젖어 들어가는 모세관 현상은 일상생활 및 산업공정 속에서 쉽게 관찰될 수 있다. 액체의 표면장력을 이용하는 이러한 유동은 Lab-on-a-chip 분야와 히트파이프 같이 외부의 동력이 없이 유체를 이송시켜야 하는 다양한 시스템들에서 널리 응용된다.

액체의 젖음 현상에 대한 연구는 수 세기 전부터 시작되었으며 원형 단면의 유리관에서부터 다공성 마이크로 구조까지 다양한 형상구조에 대해서 이루어 졌다. Jurin[1]은 중력에 수직한 방향으로 세워진 유리관 속에서 모세관 유동의 최종 높이는 중력에 의해 제한되고 이 높이는 유리관의 반지름에 반비례함을 밝혔다. Washburn[2]은 다공성 물질속으로 침투하는 액체의 유동거리는 시간의 제곱근에 비례하여 증가함을 밝혔다. 최근에는 중력을 거슬러 올라가는 모세관 오름(capillary rise)의 동역학에 대한 연구가 다양하게 이루어졌다. 유리관 같이 간단한 구조에서 모세관 오름 현상은 초기에는 Washburn's law를 따르나 중력의 영향을 고려하였을 때는 상승 높이가 일정 값에 수렴하는 해를 가진다는 것을 확인하였다.[3] 또한 최근에는 이러한 해를 바탕으로 최대한 빠른 액체 수송을 위한 최적의 형상이 연구되었다. 중력의 영향이 없는 경우 원형관의 모세관 유동은 관경이 클수록 빠르며 최적의 관경이 존재하지 않지만 중력의 영향이 고려되었을 때는 특정 시간내에 최대의 모세관 상승 높이를 가지는 최적 관경이 존재하게 된다.[4]

앞서 살펴본 연구들의 경우 증발을 고려하고 있지 않다, 이는 모든 면이 단혀있는 구조에서 일어난 모세관 오름 현상을 다루고 있기 때문이다. 이때는 액체 상승부(liquid front)의 윗면과 같이 한정적인 부분에서만 증발이 일어나기 때문에 증발이 유동에 미치는 영향이 미미하기 때문이다. 하지만

다공성 물질에서의 모세관 오름 현상, 마이크로 거칠기를 타고 올라가는 hemiwicking[5]의 경우 주위 공기와의 접촉면적이 매우 커 증발의 영향이 고려되어야 한다.

최근에서야 다양한 연구자들이 증발을 고려하여 모세관 오름 현상을 연구하였다. Fries[6]은 다공성 물질인 금속직조물(metallic weave)에서 증발을 고려하여 모세관 오름 현상을 연구하였으며 Reyssat[7]은 다공성 여과지(filter paper)의 젖음 현상을 모델링하였다. 또한 위 연구자들은 증발에 제한된 최종 상승높이(maximum rise height)에 관한 수식을 도출하였다. 증발이 일어나는 경우 유량의 손실이 일어나게 되고 이는 유동저항을 증가시켜 최종 상승높이는 중력에 의해 제한된 경우보다 작아지게 된다. 하지만 증발을 고려한 모세관 오름 현상에서 유로의 형태의 최적화 시도는 아직 이루어지지 않았다. 따라서 본 연구에서는 동일한 유로의 형상에서 최종 상승높이를 극대화 시키는 최적 유로 크기가 존재하는지 확인하고자 하였다. 먼저 사각 단면을 가지는 개수로(open channel) 형태의 간단한 마이크로 구조에서 일어나는 모세관 상승 현상을 모델링하고 이를 바탕으로 마이크로 구조의 크기에 따른 최종 상승높이를 분석하고자 하였다.

2. 실험장치 및 실험방법

2.1 시편 제작

모든 면이 닫혀있는 구조에서 모세관 오름 현상이 일어날 때 증발이 일어날 수 있는 부분은 Fig. 2.1a에서 볼 수 있듯이 액체 상승부(liquid front)의 윗면밖에 없다. 증발면적이 한정적이기 때문에 보통 증발은 무시된다. 하지만 본 연구에서는 모세관 오름과 동시에 증발이 일어나는 현상을 관찰하고자 하였기 때문에 Fig. 2.1b와 같이 한쪽 면이 열려있는 open channel에서의 모세관 오름 현상을 관찰하였다.

사각단면의 open channel을 제작하기 위해 soft lithography 방식을 사용하였다. 먼저 Si-wafer에 SU-8 photoresist를 코팅한 후에 노광 과정을 거쳐 Fig. 2.2a와 같은 형상으로 mold를 제작하였다. Fig. 2.2b와 같이 PDMS polymer를 mold에 부은 후에 80℃의 오븐에서 약 2시간가량 경화과정을 거쳤다. 마지막으로 굳은 PDMS를 mold로부터 떼어내면 Fig. 2.2c와 같은 시편을 얻을 수 있다.

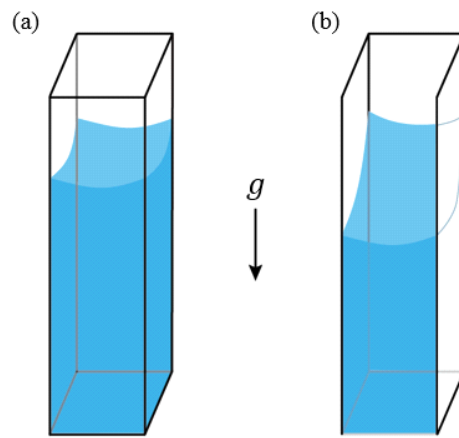


Fig. 2.1 Schematic of capillary rise along the (a) closed channel and (b) open channel.

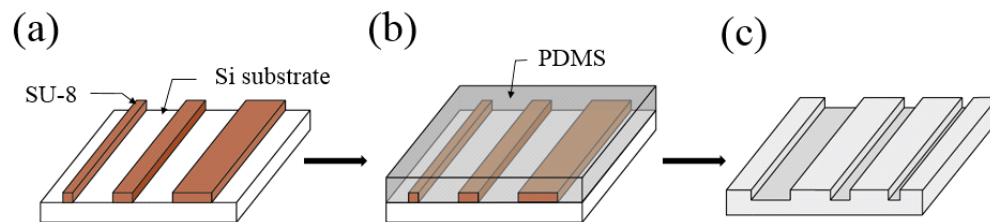


Fig. 2.2 Fabrication process of PDMS open channel array (a) SU-8 photoresist mold (b) Pouring and curing process of PDMS (c) PDMS open channel array after peeling off.

2.2 실험 방법

먼저 2.1절의 방법을 이용하여 정사각형 단면과 직사각형 단면을 가지는 open channel 시편을 제작하였다. 정사각형 단면 유로의 경우 한 변의 길이가 각각 20, 40, 60, 80, 100, 140, 200 μm 이다. 직사각형 단면 유로는 하나의 시편에 폭(w)이 각각 10, 15, 20, 30, 40, 100, 200 μm 인 유로를 일정한 간격으로 만들었으며 각 PDMS 시편 내의 유로의 깊이(d)는 동일하다. 유로의 깊이의 영향도 고려하기 위해 깊이를 각각 40, 60, 80 μm 으로 달리하여 총 3개의 시편을 제작하였다.

Fig. 2.3과 같이 시편을 linear stage를 통해 액체에 담구고 이를 초고속 카메라(Photron SA-Z)와 일반 카메라를 사용하여 rise height를 측정하였으며 액체 상승부의 액체계면을 쉽게 관찰하기 위해 조명을 사용하였다.

증발 효과를 쉽게 관찰하기 위해 휘발성이 강한 에탄올을 실험 액체로 사용하였으며 물성치는 Table 1과 같다. 또한 reservoir에서 증발한 에탄올의 영향을 배제하기 시편이 담겨지는 부분 외에는 cover glass로 덮어두었다.

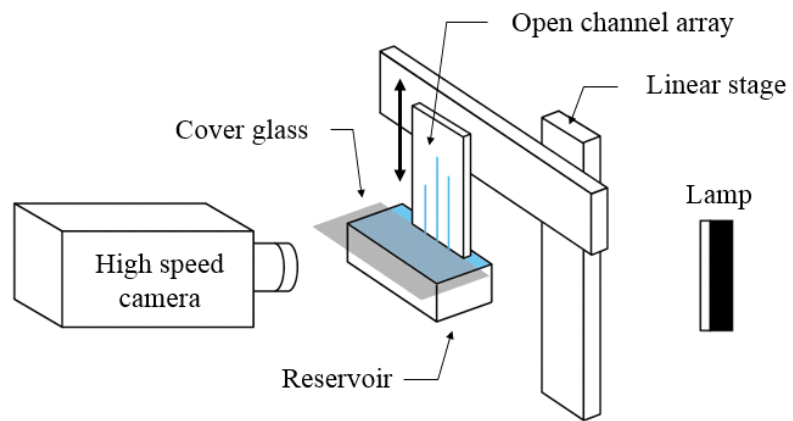


Fig. 2.3 Schematic of capillary rise experimental setup.

Table 1 Ethanol properties for density, viscosity and surface tension coefficient.

	Ethanol
Density, ρ (kg/m ³)	789
Viscosity, μ (kg/ms)	0.00114
Surface tension coefficient, γ (mN/m)	22.4

3. 이론적 모델링

3.1 유동 방정식

본 연구에서는 Fig. 3.1과 같이 모세관의 한쪽면이 열려있어 증발을 고려해야하는 모세관 오름 현상을 모델링하고자 한다. 유로속의 유동은 중력의 반대 방향인 z 축으로만 일어나는 것으로 가정하였고 높이에 따른 평균유속을 구하였다.

먼저 Fig. 3.1에 표시된 미소 요소로 유입되는 유량(Q_{in})과 유출되는 유량(Q_{out})을 고려하면 다음 식과 같다.

$$Q_{in} = wdu(z) \quad (3.1)$$

$$Q_{out} = w(h-z)q + wd\dot{h} \quad (3.2)$$

여기서 $u(z)$ 는 z 지점에서의 평균유속, \dot{h} 는 계면의 상승속도, w 와 d 는 각각 유로의 폭, 깊이, 그리고 q 는 단위 면적당 증발유량을 뜻한다.

질량 보존에 의해 요소로 유입되는 유량과 요소로부터 유출되는 유량이 같으므로($Q_{in} = Q_{out}$) 이를 정리하면 다음과 같이 높이 z 에 따른 평균 유속 $u(z)$ 를 얻을 수 있다.

$$u(z) = \dot{h} + q\frac{h}{d}\left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (3.3)$$

실제 액체는 유로를 가득 채우지 못하고 오목한 meniscus를 이루면서 흐른다. 높이에 따라 유로의 단면적을 액체가 채우는 비율이 줄어들게 되지만 모델의 단순화를 위해 액체는 유로를 가득 채우며 일정한 단면적을 유지한다고 가정하였다. 또한 증발은 액체 상층부(liquid front)의 윗면에서도 일어 날 수 있으나, 그 면적은 액체 계면의 측면면적에 비해 상당히 작으므로 무시하였다.

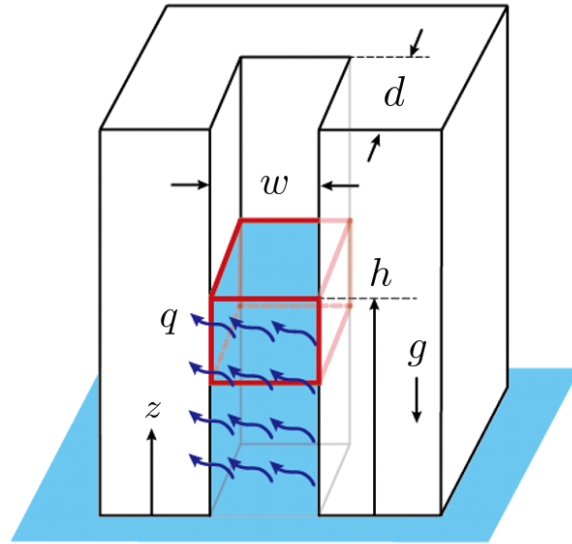


Fig. 3.1 Schematic diagram of capillary flow in open channel with evaporation.

3.2 Rise height 미분방정식

다음으로 유동의 원동력과 저항력을 비교하면 계면의 상승높이에 대한 미분방정식을 얻을 수 있다. 먼저 유동의 원동력은 모세관 압력차에 의해 일어나게 된다. 모세관 압력차는 액체의 표면장력계수 γ 그리고 계면의 곡률 κ 의 곱으로 식(3.4)과 같이 표현된다. 곡률 κ 는 유로의 형상에 관한 변수인 유로의 폭 w 와 유로의 깊이 d 그리고 고체표면과 액체계면이 이루는 접촉각 θ 의 함수로 표현할 수 있다.

$$P_d = \gamma\kappa, \quad \kappa = \frac{2\cos\theta}{w} - \frac{1 - \cos\theta}{d} \quad (3.4)$$

유동의 저항력은 중력에 의한 압력강하와 유동저항에 의한 압력강하의 합으로 표현할 수 있다. 중력에 의한 압력강하는 상승높이에 비례하며 ρgh 의 크기를 가진다. 유동저항에 의한 압력강하의 경우, 유속은 압력차와 유로의 permeability에 비례하고 점도에는 반비례한다는 Darcy's의 법칙을 이용하여 압력강하를 $z=0$ 부터 $z=h$ 까지 적분하여 구할 수 있다. 전체 압력강하의 크기는 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다. ρ 와 μ 는 액체의 밀도와 점도이며 g 는 중력가속도 K 는 유로의 permeability를 나타낸다.

$$P_r = \rho gh + \frac{\mu}{K} \int_0^h u(z) dz \quad (3.5)$$

식 (3.5)에 유속에 대한 식 (3.3)을 대입한 후 $P_d = P_r$ 임을 이용하면 다음과 같이 액체 계면의 상승높이 h 에 관한 미분 방정식을 얻을 수 있다.[6]

$$\begin{aligned} \dot{h} &= \frac{c_1}{h} - c_2 - c_3 h \\ c_1 &= \frac{\gamma \kappa K}{\mu} \quad c_2 = \frac{\rho g K}{\mu} \quad c_3 = \frac{q}{2d} \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.3 Evaporation flux 모델

증발유속 q 는 단위 면적당 증발유량이며 일반적으로 대기와 액체표면의 농도차에 의해 결정되는 상수 값이다. 하지만 Fig. 3.2와 같이 contact line 주위에 곡면의 유체 계면이 형성된 경우 증발유속 J 는 식(3.7)과 같이 contact line으로부터 떨어진 거리 x 의 함수로 나타낼 수 있다.[8][9]

J_0 는 증발유속 상수이며 확산계수 D , 대기의 유속 U , 액체 표면에서의 포화농도 c_s , 액체의 밀도 ρ 를 이용하여 계산할 수 있다.

$$J(x) = J_0 x^{-0.5}, \quad J_0 = \frac{\sqrt{DU}c_s}{\rho} \quad (3.7)$$

식(3.7)을 이용하여 폭 w , 높이 h 의 open channel에서의 증발유량을 계산하면 다음 식과 같다. 여기서 z 축은 중력의 반대 방향이며 x 축은 유로의 폭 방향이다.

$$Q = 2 \int_0^h \int_0^{w/2} J(x) dx dz \quad (3.8)$$

본 연구에서 유동 방정식을 세울 때 사용한 증발유속 q 는 증발유량 Q 를 유로의 면적 wh 로 나눈 값으로 정의된다. 따라서 증발유속 q 는 다음 식과 같이 정리 될 수 있다.

$$q = \frac{Q}{wh} = \frac{2\sqrt{2}J_0}{\sqrt{w}} \quad (3.9)$$

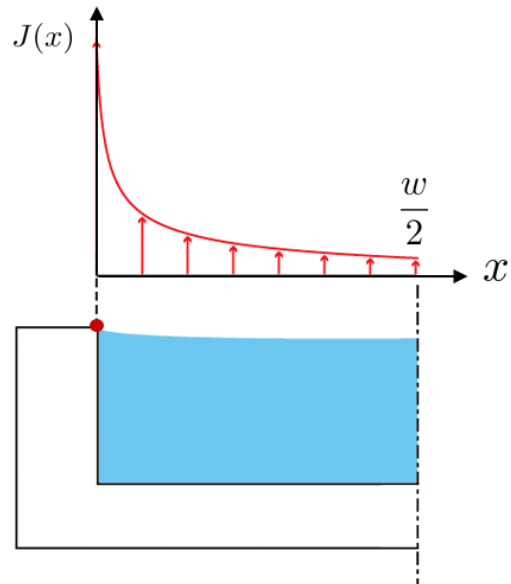


Fig. 3.2 Contact line dominant evaporation model in open channel.

식(3.9)에서 알 수 있듯이 open channel에서 모세관 유동이 일어날 때 액체 계면에서 일어나는 증발의 유속 q 는 유로의 폭 w 가 증가함에 따라 감소하는 경향을 나타낸다. 증발의 유속 q 를 유로의 폭 w 에 따라 plot 하면 Fig. 3.3 와 같은 결과를 얻을 수 있으며 계산에 사용된 상수는 다음과 같다. $D = 1.1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $U \approx 1 \text{ m/s}$, $c_s = 1.1 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$, $\rho = 789 \text{ kg/m}^3$.

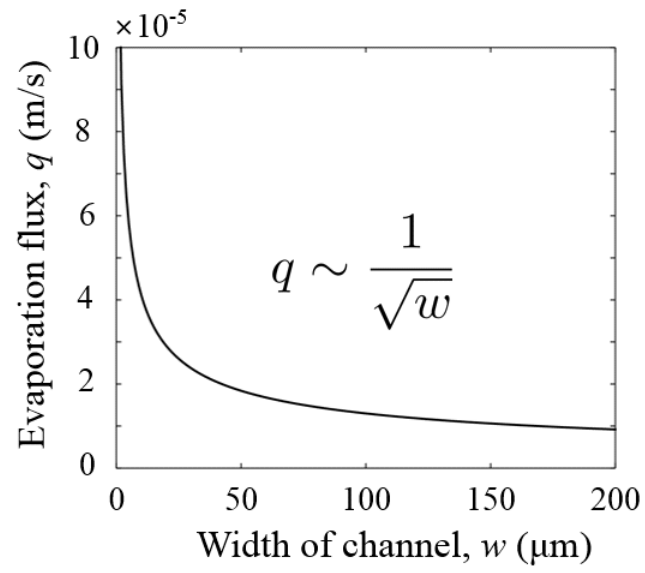


Fig. 3.3 Plot of evaporation flux from open channel varying channel width

3.4 최종 상승 높이

3.2절에서 구한 식(3.6)을 이용하면 시간에 따른 상승 높이 h 를 계산할 수 있다. 상승 높이는 무한히 커질 수 없고 중력과 증발에 의해 일정한 값으로 수렴하게 된다. 본 연구에서는 최대 도달한 상승 높이 h_{\max} 에 주안점을 둔다. 식(3.6)에서 $\dot{h}=0$ 인 경우 최대 상승 높이 h_{\max} 를 식(3.10)과 같이 계산할 수 있고 각각의 계수는 모세관압력, 중력, 증발과 연관이 있으며 다음과 같다.

$$h_{\max} = \frac{-c_2 + \sqrt{c_2^2 + 4c_1c_3}}{2c_3} \quad (3.10)$$

$$c_1 = \frac{\gamma\kappa K}{\mu} \quad c_2 = \frac{\rho g K}{\mu} \quad c_3 = \frac{q}{2d}$$

중력과 증발을 비교하여 크기가 작은 항을 제거하여 식(3.10)을 비교적 간단하게 만들 수 있으며 중력 효과를 무시할 수 있는 경우 최종 상승높이는 증발에 의해서 제한되고(evaporation limited) 이를 h_{evap} 로 표기한다. 그 결과는 식(3.11)과 같다.

$$h_{\text{evap}} \approx \left(\frac{c_1}{c_3} \right)^{1/2} = \left(\frac{\gamma\kappa K}{\mu} \frac{2d}{q} \right)^{1/2} \quad (3.11)$$

반대로 증발보다 중력 효과가 큰 경우에는 최종 상승높이는 중력에 의해서 제한되고(gravity limited) 이는 h_{gravity} 로 표기한다. 이 경우 최종 상승높이는 식(3.12)과 같다.

$$h_{gravity} \approx \frac{c_1}{c_2} = \frac{\gamma\kappa}{\rho g} \quad (3.12)$$

증발 또는 중력에 의해 h_{\max} 가 제한되는 조건과 간단화시킨 미분방정식 그리고 최종 상승 높이는 Table 2와 같다.

Table 2. Simplified differential equations and h_{max} .

Regime	Differential equation	Maximum rise height
Evaporation limited regime $\left \frac{c_1}{h} \right , c_3 h \gg c_2 $	$\dot{h} \approx \frac{c_1}{h} - c_3 h$	$h_{\text{evap}} \approx \left(\frac{c_1}{c_3} \right)^{1/2} = \left(\frac{\gamma \kappa K}{\mu} \frac{2d}{q} \right)^{1/2}$
Gravity limited regime $\left \frac{c_1}{h} \right , c_2 \gg c_3 h $	$\dot{h} \approx \frac{c_1}{h} - c_2$	$h_{\text{gravity}} \approx \frac{c_1}{c_2} = \frac{\gamma \kappa}{\rho g}$

4. 변수 분석(Parametric analysis)

실험에 앞서 수식을 이용하여 유로의 기하학적 변수(geometric parameter)에 따라 h_{\max} 가 어떠한 경향을 나타내는지 변수 분석을 하였다. 사각단면을 지나는 유로의 기하학적 변수는 폭 w 와 깊이 d 가 있다. 먼저 두 변수의 크기가 같은 정사각형 단면을 지나는 유로에 대해 변수 분석을 하였고 마지막으로 각각의 변수가 독립적인 직사각형 단면을 지나는 유로에 대한 변수 분석을 하였다.

4.1 정사각형 단면 유로($w=d$)

정사각형 단면을 가지는 유로의 경우 $w=d$ 로 수식을 간단화할 수 있다. κ , K , q 는 단일 변수인 유로 크기 w 의 함수로 나타낼 수 있고 그 결과는 다음식과 같다.

$$\kappa \sim w^{5/4}, \quad K \sim w^2, \quad q \sim w^{-1/2} \quad (4.1)$$

위의 결과를 통해 식(3.11)을 정리하면 아래의 식(4.2)과 같이 h_{\max} 는 w 의 5/4제곱에 비례함을 알 수 있다. 여기서 증발에 비해 작은 중력은 무시되고 최대상승높이는 증발에 의해 제한된다.

$$h_{\text{evap}} \approx \left(\frac{\gamma \kappa K}{\mu} \frac{2d}{q} \right)^{1/2} \sim w^{5/4} \quad (4.2)$$

또한 식 (3.12)를 정리하면 아래와 같이 h_{\max} 는 w 의 -1제곱에 비례함을 알 수 있다.

$$h_{gravity} \approx \frac{\gamma\kappa}{\rho g} \sim w^{-1} \quad (4.3)$$

유로 크기 w 에 따른 최종 상승높이 h_{\max} 를 plot하면 Fig. 4.1에서 볼 수 있듯이 증발만을 고려하였을 때는 식(4.2)를 통해 붉은색 점선과 같은 점근선을 얻을 수 있고 중력만을 고려하면 식(4.3)을 통해 푸른색 점선과 같은 점근선을 그릴 수 있다. 마지막으로 식(3.10)과 같이 증발과 중력을 모두 고려한 경우 검은색 실선과 같은 결과를 얻을 수 있다. 유로의 크기가 작을수록 증발에 의해 제한된 최종 상승높이 h_{evap} 에 접근하며 유로의 크기가 커질수록 중력에 의해 제한된 최종 상승높이 $h_{gravity}$ 에 접근하는 것을 확인할 수 있다. 여기서 중요한 점은 최대의 최종 상승높이를 가지는 극대점이 존재한다는 점이다. 극대점은 h_{\max} 를 유로의 크기 w 로 미분한 값이 0이 되는 지점에 존재한다.

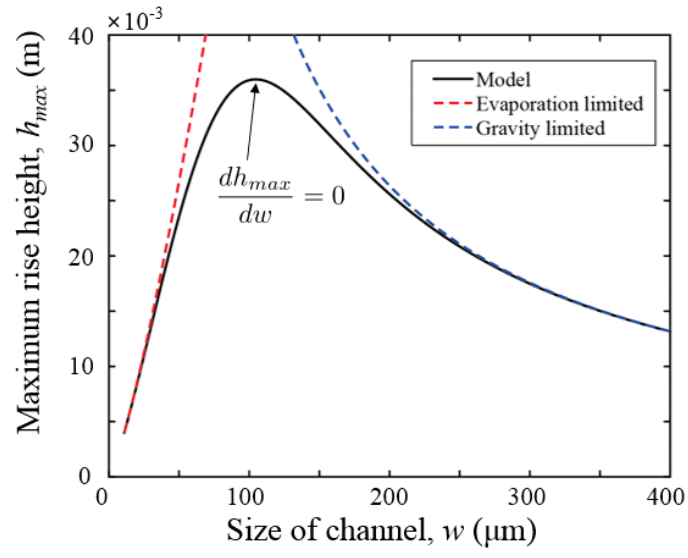


Fig. 4.1 Plot of maximum rise height of square open channel for different sizes.

4.2 직사각형 단면 유로 ($w \neq d$)

직사각형 단면을 가지는 유로의 경우 최대 상승높이 h_{\max} 는 정사각형 단면의 유로의 경우와 달리 두 개의 변수, 유로의 폭 w 와 깊이 d 에 의해 결정되며 Fig. 4.2와 같이 h_{\max} 를 맵핑할 수 있다. 각각의 변수에 의한 영향을 파악하기 위해 하나의 변수를 고정하고 다른 변수에 대한 h_{\max} 를 plot하였다.

먼저 유로의 깊이 d 를 각각 40, 60, 80 μm 로 고정하고 유로의 폭 w 를 변수로 하여 h_{\max} 를 plot하면 Fig. 4.3과 같은 결과를 얻을 수 있으며 그래프의 개형은 정사각형 단면유로의 경우와 같이 극대점을 지나는 형태를 가지게 된다. 또한 유로의 깊이 d 가 클수록 h_{\max} 가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

하지만 Fig. 4.4a 와 같이 유로의 폭 w 를 각각 40, 60, 80 μm 로 고정하고 유로의 깊이 d 를 변수로 하여 h_{\max} 를 plot하면 유로의 폭 w 를 변수로 하였을 때와는 다르게 극대점이 나타나지 않는 것을 확인할 수 있다. 유로 초기에는 유로의 깊이 d 가 증가할수록 h_{\max} 가 증가하며 유로의 폭 w 가 클수록 h_{\max} 가 커지는 경향을 보인다. 하지만 Fig. 4.4b와 같이 유로의 깊이 d 를 수 mm 로 증가시키면 h_{\max} 는 일정한 값으로 수렴하며 그 값은 유로의 폭 w 가 작을수록 크다. 이는 Fig. 4.4c에서 볼 수 있듯이 유로의 깊이가 무한히 증가하게 되면 증발에 의한 효과를 무시할 수 있기 때문이다. 이때 h_{\max} 는 유로의 폭 w 에 의해 식(4.4)과 같은 값으로 수렴하게 된다.

$$h_{\max} = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g w} \quad (4.4)$$

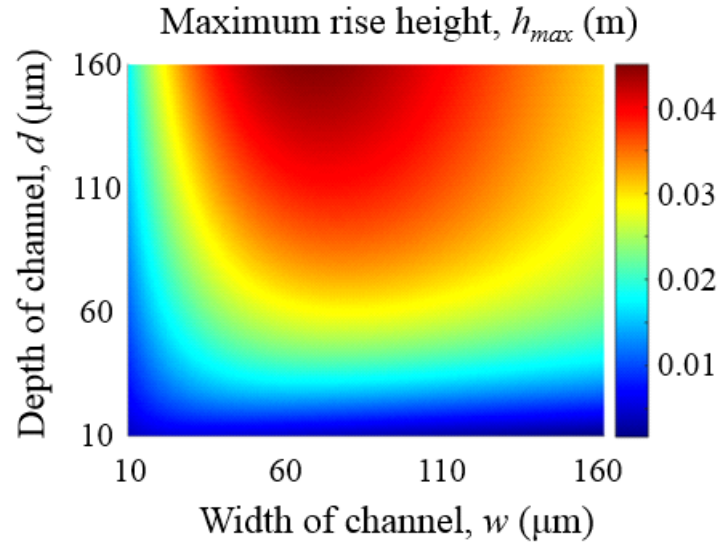


Fig. 4.2 Plot of maximum rise height of open channel for different dimensions.

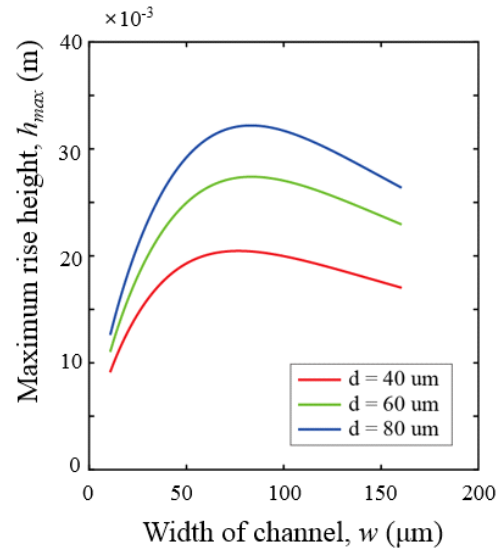


Fig. 4.3 Plot of maximum rise height as a function of w , the curves have a maximum point same as square case.

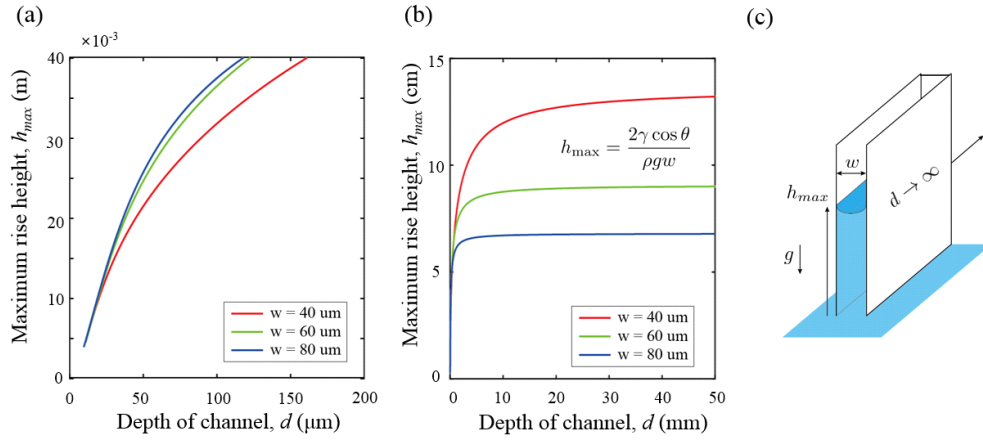


Fig. 4.4 Plot of maximum rise height as a function of d (a) In case of micro meter scale. (b) Millimeter scale. (c) Schematic of infinite depth channel, as channel depth increases, the evaporation term $c_3 = q/2d$ can be neglected.

5. 실험결과

5.1 정사각형 단면 유로($w=d$)

정사각형 단면 유로의 경우 유로의 한 변의 길이가 각각 20, 40, 60, 80, 100, 140, 200 μm 인 시편을 이용하여 실험하였다. 실험 결과는 Fig. 5.1와 같다.

정사각형 단면을 가지는 유로의 경우 최종 상승높이 h_{max} 는 단일 변수인 유로 크기 w 의 함수로 나타낼 수 있다. 유로 크기 w 에 따른 최종 상승높이 h_{max} 를 실험 조건에 따라 plot하면 이론선들을 그릴 수 있다. 증발만을 고려하였을 때는 붉은색 점근선, 중력만을 고려하면 푸른색 점근선, 그리고 증발과 중력을 모두 고려한 경우 검은색 실선과 같은 결과를 얻을 수 있다. 이를 실제 실험결과와 비교하여보면 유로의 크기가 작을수록 실험으로 얻은 h_{max} 값이 증발에 의해 제한된 최종 상승높이 h_{evap} 에 접근하며 유로의 크기가 커질수록 중력에 의해 제한된 최종 상승높이 h_{gravity} 에 접근하는 것을 확인 할 수 있다. 여기서 이론적으로 계산된 극대점은 110 μm 이며 실험값에서도 유로의 크기가 100 μm 를 넘어가면 h_{max} 가 감소하는 것을 확인할 수 있다.

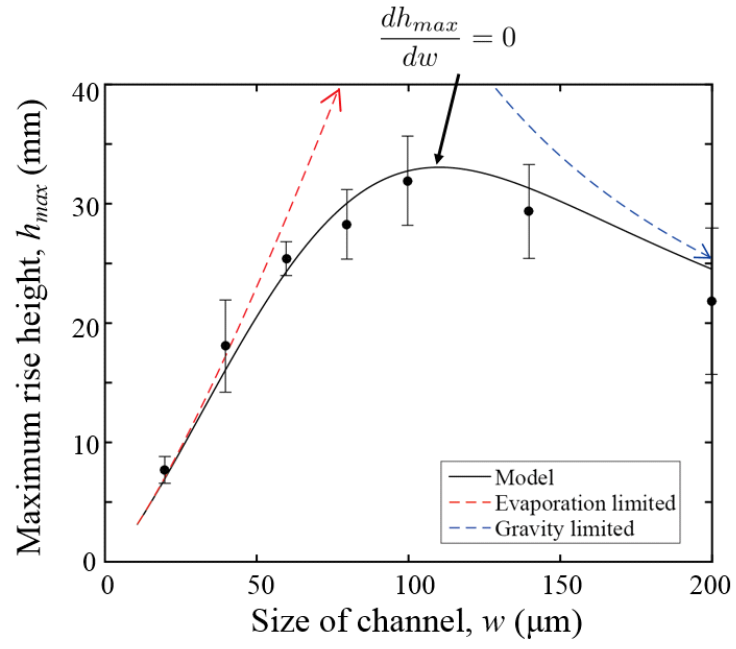


Fig. 5.1 Plot of experimental results and models for square channel.

5.2 직사각형 단면 유로 ($w \neq d$)

유로의 깊이 d 를 고정한 후 유로의 폭 w 를 각각 10, 15, 20, 30, 40, 100, 200 μm 로 하여 최종 상승 높이 h_{max} 를 측정하였다. 또한 유로의 깊이 d 는 각각 40, 60, 80 μm 로 변경하여 반복실험 하였다. 실험 결과는 Fig. 5.2와 같다.

실험 결과가 앞절에서 분석한 결과와 비슷한 경향을 가지는 것을 확인할 수 있다. 증발에 의해 h_{max} 가 제한될 때는 w 가 증가함에 따라 h_{max} 는 증가하며 중력에 의해 제한 될 때는 w 가 증가함에 따라 h_{max} 는 감소하는 것을 알 수 있다. 하지만 그래프에서 볼 수 있듯이 유로의 깊이 d 가 작을수록 중력 regime에서의 결과가 model과 일치하지 않는 경향을 보인다. 이는 깊이 대비 폭이 커짐에 따라 액체가 유로를 모두 채우지 못하고 곡면의 계면을 이루거나 유로의 모서리로 유동이 진행되는 현상이 일어나기 때문이다.

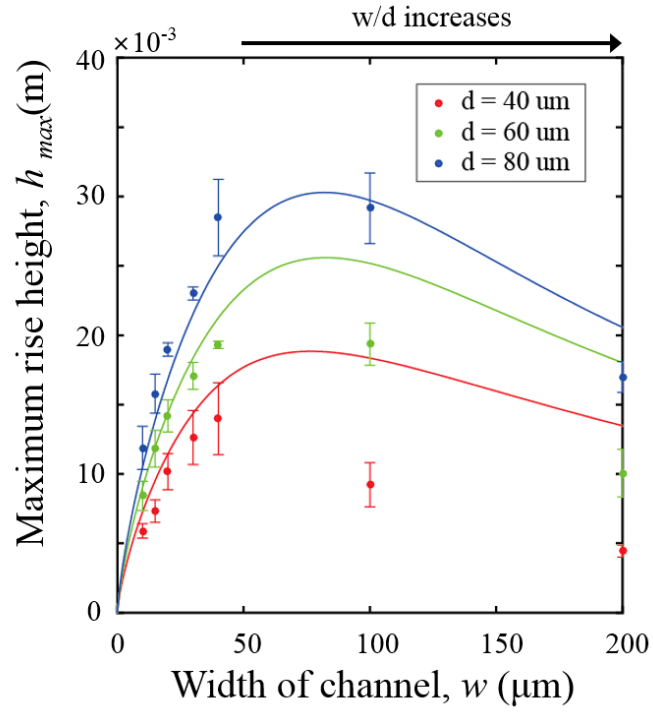


Fig. 5.2 Plot of experimental results and models for rectangular channel.

6. 결론

모세관 오름 현상에서 액체의 상승은 일정 시간이 경과한 뒤 증발과 중력에 의해 평형을 이루며 멈추게 되는데 이때의 높이를 최종 상승높이라 한다. 본 연구에서는 증발이 일어나는 사각 단면의 open channel에서 모세관 오름 현상을 이론적으로 분석하고 이를 실험적으로 보였으며 유로의 크기에 따른 최종 상승높이를 분석하였다. 중력의 효과가 증발에 비해 상대적으로 큰 경우 Jurin's height와 같이 유로의 폭이 커질수록 최종 상승높이는 감소하는 경향을 보인다. 증발만을 고려한 경우 오히려 유로의 폭이 클수록 최종 상승높이가 증가하는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 결과는 Washburn의 연구와 같이 유로의 크기가 클수록 액체의 이송속도가 커지는 경향과 비슷해 보이지만 증발이 일어나는 경우 이송거리가 무한하지 않고 제한된다는 점에서 차이가 있다. 증발과 중력의 영향이 둘 다 고려되는 경우 최종 상승 높이를 극대화하는 최적 유로 폭이 존재한다. 이러한 결과를 통해서 액체의 증발을 이용하는 마이크로의 구조에서 증발면적을 최대화할 수 있을 것으로 기대한다.

부록

A.1 Capillary pressure of rectangular open channel

여기서는 Fig. A.1와 같이 사각단면의 open channel에서 모세관 유동이 일어날 때 유동의 원동력인 모세관 압력에 관한 식(3.4)이 어떻게 유도되었는지 설명하고자 한다.[10] 이는 식(A.1)과 같이 깁스 자유에너지(Gibbs free energy) $dG = -PdV + dE = -PdV + \gamma dA$ 를 최소화하는 식을 통해 유도할 수 있다. 여기서 γ 는 표면장력 계수, A 는 서로 다른 상이 만나는 면적을 의미한다. 하첨자 SG, SL, LG는 각각 solid-gas, solid-liquid, liquid-gas를 의미한다.

$$P = \frac{dE}{dV} = \gamma_{SG} \frac{dA_{SG}}{dV} + \gamma_{SL} \frac{dA_{SL}}{dV} + \gamma_{LG} \frac{dA_{LG}}{dV} \quad (\text{A.1})$$

고체와 기체가 만나는 면적(A_{SG})이 사라지는 만큼 고체와 액체가 만나는 면적(A_{SL})이 증가하기 때문에 다음식을 만족하며

$$dA_{SG} = dA_{SL} \quad (\text{A.2})$$

각각의 표면장력 계수는 Young equation에 의해 다음식과 같은 관계를 만족한다.

$$\gamma_{LG} \cos \theta = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} \quad (\text{A.3})$$

따라서 식(A.1)은 다음과 같이 정리된다.

$$P = \gamma_{LG} \left(\frac{dA_{LG}}{dV} - \cos\theta \frac{dA_{SL}}{dV} \right) \quad (\text{A.4})$$

또한 액체 전면부(liquid front)가 dx 만큼 전진할 때 다음과 식과 같은 관계들을 만족하므로

$$\begin{aligned} dA_{LG} &= w dx \\ dA_{SL} &= (2d + w) dx \\ dV &= (wd) dx \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

식(A.4)는 최종적으로 다음식과 같은 형태가 되며 이 값이 음수인 조건에서 액체가 흐를 수 있다.

$$P = \gamma_{LG} \left(\frac{1 - \cos\theta}{d} - \frac{2\cos\theta}{w} \right) \quad (\text{A.6})$$

마지막으로 식(3.4)은 압력차를 의미하므로 위 식의 부호를 바꿔주면 된다.

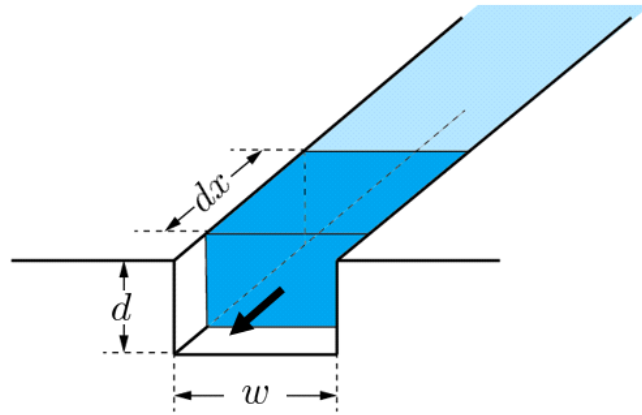


Fig. A.1 Schematic diagram of liquid spreading under capillary action in open rectangular channel.

A.2 Permeability of rectangular open channel

여기서는 3장에서 사용한 유로의 permeability K 에 관한 내용을 다룬다.

Permeability는 Darcy's law에서 사용되는 비례상수로 동일한 압력구배를 가질 때 permeability가 클수록 더 큰 유속을 가질 수 있으며 m^2 의 단위를 가진다.

사각단면을 가지는 open channel의 permeability는 다음식과 같다.[11]

$$K = \frac{w^2}{12} \left[1 - \sum_{n, odd} \frac{1}{n^4} \frac{96}{\pi^4} \frac{\tanh(n\pi d/w)}{n\pi d/w} \right] \quad (A.7)$$

$d/w > 0.1$ 인 경우에 식(A.7)를 다음과 같이 근사시킬 수 있다. 여기서 $\zeta(s)$ 는 리만제타 함수(Riemann zeta function)이다.

$$K \approx \frac{w^2}{12} \left[1 - \frac{31\zeta(5)}{30\zeta(4)} \frac{\tanh(\pi d/w)}{\pi d/w} \right], \quad \zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \quad (A.8)$$

참고문헌

1. J. Jurin, "An account of some experiments shown before the Royal Society; with an enquiry into the cause of the ascent and suspension of water in capillary tubes," *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 1717–1719, vol. 30, pp. 739–747.
2. E. W. Washburn, "The dynamics of capillary flow," *Physical review*, 1921, vol. 17, p. 273.
3. N. Fries and M. Dreyer, "An analytic solution of capillary rise restrained by gravity," *Journal of colloid and interface science*, 2008, vol. 320, pp. 259–263.
4. B. Figliuzzi and C. R. Buie, "Rise in optimized capillary channels," *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, vol. 731, pp. 142–161.
5. J. Kim, M. W. Moon, and H. Y. Kim, "Dynamics of hemiwicking," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 800, 2016, pp. 57–71.
6. N. Fries, K. Odic, M. Conrath, and M. Dreyer, "The effect of evaporation on the wicking of liquids into a metallic weave," *Journal of colloid and interface science*, vol. 321, 2008, pp. 118–129.

7. E. Reyssat and L. Mahadevan, “Hygromorphs: from pine cones to biomimetic bilayers,” *Journal of the Royal Society Interface*, vol. 6, 2009, pp.951–957.
8. R. D. Deegan, O. Bakajin, T. F. Dupont, G. Huber, S. R. Nagel, and T. A. Witten, “Contact line deposits in an evaporating drop,” *Physical Review E*, 2000, vol. 62, pp. 756–765.
9. E. Rio, A. Daerr, F. Lequeux, and L. Limat, “Moving contact lines of a colloidal suspension in the presence of drying,” *Langmuir*, vol. 22, 2006, pp. 3186–3191.
10. J. Berthier and K. A. Brakke, “The physics of microdroplets,” John Wiley & Sons, 2012
11. P. J. P. de Leon and L. F. Velásquez-García, “Optimization of capillary flow through open-microchannel and open-micropillar arrays,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 49, 2016, p. 055501.

Abstract

Effect of evaporation on capillary flow in microdecorated structure

Jungtaek Kim

Department of Mechanical and Aerospace Engineering

The Graduate School

Seoul National University

Capillary flow refers to the phenomenon of liquid getting into the microstructure due to the surface tension. This phenomenon is widely applied in systems that need to transfer fluids without external power, such as lab on a chip and heat pipe. In particular, the capillary flow that occurs against gravity is called the capillary rise and the maximum rise height of the liquid limited by gravity is called Jurin's height. However, when capillary phenomenon occurs in a groove or a porous medium which is open on one side, evaporation should be considered because the area of the liquid exposed to the air is considerable. The rise height is limited not only by gravity but also by evaporation.

We study the capillary rise in the open channel microstructure with rectangular cross section considering evaporation. The model can be constructed by comparing the capillary pressure and the pressure drop

by gravity and flow resistance. The maximum rise height can be summarized as a function of the size of the flow path. At evaporation limited regime, maximum rise height is mainly limited by evaporation and proportional to five-fourth power of channel width. At gravity limited regime, maximum rise height is proportional to negative one power of channel width and there is a maximum point of the maximum rise height between the two regimes.

Keywords: Surface tension, Capillary rise, Evaporation, Microdecorated
Student number: 2015-22711